

---

EXAMEN

10 décembre 2018

[ durée : 1 heure ]

---

 **Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices sont autorisés.**

**Exercice 1** (Variables)

Soit  $X$  une variable uniforme sur  $[-1, 2]$ .

- a) Donner une densité et la fonction de répartition de  $X$ .
- b) Calculer les espérances  $\mathbb{E}(X)$  et  $\mathbb{E}(X^2)$ . En déduire la variance  $\mathbb{V}(X)$ .
- c) Pour  $a \in [0, 1]$  on pose  $Z = \max\{X, a\}$ .
  - (i) Quelle est la loi de  $Z$  ?
  - (ii) Est-ce une variable à densité ? Si oui, en déterminer une.
  - (iii) Calculer la moyenne de  $Z$ . Pour quelle valeur de  $a$  la moyenne  $\mathbb{E}(Z)$  est maximale ?

**Exercice 2** (Événements)

On dispose d'un dé bleu et d'un dé rouge *équilibrés* et on effectue trois lancers de cette paire de dés.

- a) Donner un ensemble  $\Omega$  qui muni de la loi uniforme modélise cet événement aléatoire.
- b) Quelle est la probabilité qu'on obtienne au moins une paire<sup>1</sup> lors des trois lancers ?
- c) Quelle est la probabilité que lors de chacun des trois lancers la différence des deux dés soit de 1 ?
- d) Est-ce que les événements « lors du premier lancé la somme des deux dés est paire » et « lors du premier lancé la différence des deux dés est impaire » sont indépendants ?

---

1. « paire » = les deux dés ont la même valeur